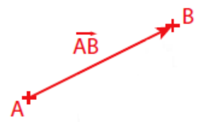
Caractéristiques d'un vecteur

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :

1. Sa **direction** : la droite (AB)
2. Son **sens** : de A vers B
3. Sa **norme** : la distance AB



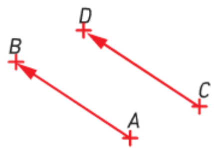
Exemple

Le TGV Paris-Lille voyage sur un **axe Nord/Sud** (c'est sa direction), il va de **Paris vers Lille** (son sens) et son trajet s'étend sur **225 km** (sa norme).

Vecteurs égaux

On dit que deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux si la translation qui transforme A en B transforme aussi C en D. On note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont **même direction, même sens et même norme.**



Vecteur nul

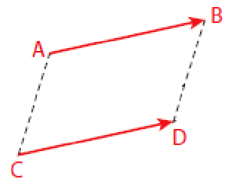
La translation qui envoie A sur lui-même est la translation de vecteur $\overrightarrow{AA}$. On l'appelle **vecteur nul**, noté $\overrightarrow{0}$.

Remarque

Le vecteur nul correspond à la translation qui ne déplace aucun point.

Règle du parallélogramme

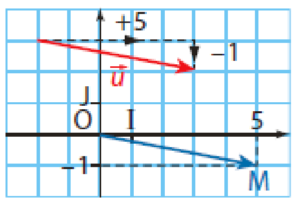
Soient $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ deux vecteurs différents de $\overrightarrow{0}$.
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un **parallélogramme**.



Coordonnées d'un vecteur

Dans un repère (O, I, J) les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{u}$ sont les coordonnées du point $M(x; y)$ tel que $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{OM}$. On note

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



Le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées (5 ; −1).

Remarque

On peut lire les coordonnées d'un vecteur en déterminant le "déplacement" entre ses extrémités. Voir l'activité d'introduction.

Calcul des coordonnées d'un vecteur

Considérons les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ dans un repère. Alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

Exemple

A(−15 ; 50), B(28 ; 26). Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont (43 ; −24).

En effet : $x_B - x_A = 28 - (-15) = 43$ et $y_B - y_A = 26 - 50 = -24$

abscisse de l'extrémité – abscisse de l'origine ordonnée de l'extrémité – ordonnée de l'origine

Vecteurs égaux et coordonnées

Dans un repère, deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les **mêmes coordonnées**.

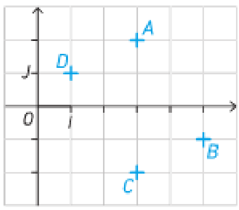
Exemple

Dans un repère (O, I, J), on considère les points $A(3 ; 2)$, $B(5 ; -1)$, $C(3 ; -2)$ et $D(1 ; 1)$.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix} 5-3 \\ -1-2 \end{pmatrix}$, soit $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Les coordonnées de $\overrightarrow{DC}$ sont $\begin{pmatrix} 3-1 \\ -2-1 \end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont les mêmes coordonnées : on a donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

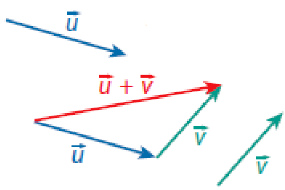


Somme de vecteurs

La **somme** de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$.

On le note $\vec{u} + \vec{v}$.

Illustration



Remarque

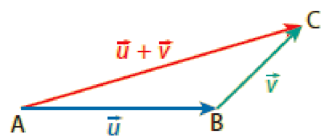
Évidemment, $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$. Le vecteur nul fonctionne un peu comme le 0 chez les nombres

Relation de Chasles

Pour tous points A, B et C :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Illustration



Coordonnées du vecteur somme

Soient deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dans un repère. Alors le vecteur $\overline{u}+\overline{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$.

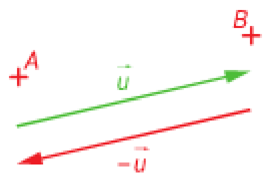
Exemple

$\vec{\boldsymbol{u}}(-3\,;5)$ et $\vec{v}(10\,;-8)$. Alors $\vec{u}+\vec{v}\,(7\,;-3)$.
En effet : $-3+10=7$ et $5+(-8)=-3$.

Vecteurs opposés

Si $\vec{u}$ est le vecteur d'une translation transformant A en B, la translation **opposée** transformant B en A est notée $-\vec{u}$.
On note aussi $-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$.

Illustration



Remarque

Comme chez les nombres, $\vec{u}+(-\vec{u})=\vec{u}-\vec{u}=\vec{0}$.

Produit d'un vecteur par un réel

Soit k un nombre réel et $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur dans un repère.

On note $k\vec{u}$ le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

Exemple