

1

On considère l'ensemble $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$.
Déterminer l'ensemble B tel que :

- $A \cap B = \{1; 5\}$
- $A \cup B = \{1; 2; 3; 5; 7; 9; 10; 11\}$

2

Soient A et B deux ensemble disjoints tels que $\text{Card}(A) = 11$ et $\text{Card}(B) = 8$.
Calculer $\text{Card}(A \cup B)$ et $\text{Card}(A \times B)$.

3

Soit l'ensemble $A = \{m; a; t; h; s\}$ et l'ensemble $B = \{0; 1\}$.

1. Combien y a-t-il d'éléments dans $A \times B$?
2. Lister tous les éléments.

4

En France, les préfixes des numéros de téléphone sont attribués à des opérateur téléphoniques. Par exemple, tous les numéros commençant par 06 51 sont initialement associés à Free Mobile. On rappelle qu'en France, un numéro de téléphone est composé de dix chiffres compris entre 0 et 9 inclus.

1. Orange possède tous les numéros commençant par 06 7 et 06 8. Combien cela représente-t-il de numéros ?
2. Bouygues Télécom s'est vu attribuer les numéros débutant par 06 58 jusqu'à 06 68 inclus, ainsi que les numéros commençant par 06 69 suivis d'un chiffre compris entre 0 et 7 inclus. Combien cela représente-t-il de numéros de téléphones différents ?

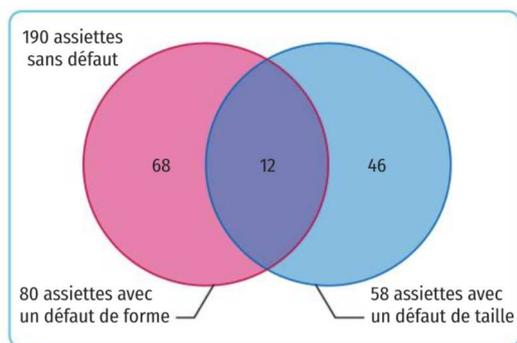
5

Parmi tous les nombres entiers de 1 à 100, combien s'écrivent avec le chiffre 3 ?

6

Une entreprise fabrique des assiettes. Chacune de ces pièces es susceptible de présenter un défaut de forme, un défaut de taille ou les deux simultanément.

On contrôle un lot d'assiettes fabriquées un jour donné. Les résultats sont présentés dans le diagramme (de Venn) ci-dessous.



Combien d'assiettes ont été contrôlées ce jour-là ?

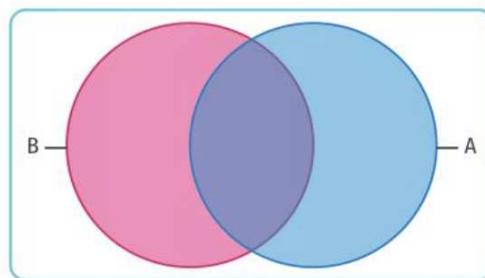
7

Soient n et p deux entiers naturels non nuls tels que $n! = p!$. Peut-on affirmer que $n = p$? Justifier.

8

Soient A et B deux ensemble. On appelle **différence** de A et B l'ensemble, noté $A \setminus B$, des éléments de A qui ne sont pas dans B .

1. Recopier le diagramme suivant et y hachurer de trois couleurs différentes les zones représentant les ensembles $A \setminus B$, $B \setminus A$ et $A \cap B$.



2. Justifier que ces trois ensemble sont disjoints.
3. Que vaut $(A \setminus B) \cup (A \cap B)$?
4. En déduire la formule dite *du crible* : $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$.

9

On note A l'ensemble des lettres $\{b; r; e; l\}$

1. Donner tous les arrangements à deux éléments de l'ensemble A .
2. Combien l'ensemble A a-t-il de permutations ?

10

Huit coureurs sont au départ de la finale d'un course de 100m.

1. Combien de classements différents peut-on construire ?
2. Combien de podiums différents existe-il ?

11

Yacine a révélé que son mot de passe est composé de toutes les lettres de son prénom, placées dans un ordre différent. Il craint que quelqu'un ne tente de le deviner.

1. Combien cela donne-il de possibilités ?
2. Combien y a-t-il de possibilités si le mot de passe n'est en fait constitué que de quatre caractères ?

12

Sur une grille de seize cases, on souhaite placer six pions, indiscernables les uns des autres. Une case ne peut comporter qu'un seul pion au maximum. De combien de manières peut-on procéder ?

13

La belote se joue avec un jeu de 32 cartes, chaque carte possédant une valeur (7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi, AS) ainsi qu'une couleur (pique trèfle, cœur, carreau)

1. Au départ chaque joueur possède une main de cinq cartes.
 - (a) Combien de mains différentes existe-t-il ?
 - (b) Combien de mains ne comportant que des piques existe-t-il ?
 - (c) Combien de mains ayant exactement quatre carreaux existe-t-il ?
2. À la fin de la deuxième donne, chaque joueur possède alors huit cartes dans sa main.
 - (a) Combien de mains de huit cartes existe-t-il ?
 - (b) Combien de mains de huit cartes ayant exactement cinq cœurs existe-t-il ?
 - (c) Même question avec six, sept et huit cœurs.
 - (d) En déduire le nombre de mains de huit cartes avec au moins cinq cœurs.

14

Combien d'entiers naturels distincts pourrait-on constituer avec trois chiffres différents choisis entre 0 et 9 inclus, chaque chiffre ne pouvant être utilisé qu'une fois.

15

Un professeur a préparé un exercice à faire sur une application. Il a utilisé dix questions. L'application en choisit cinq au hasard et les propose les unes après les autres. Combien de suites différentes d'exercices peut-on obtenir ?

16

Pour créer le logo d'un club de mathématiques, on propose d'écrire le mot MATHS et d'en colorer les lettres. On dispose de cinq couleurs différentes.

1. Combien de coloriages différents est-il possible de réaliser si l'on peut utiliser une même couleur plusieurs fois ?
2. Mêlez question si l'on ne souhaite utiliser chaque couleur qu'une seule fois.

17

Le sélectionneur de l'équipe de France de football doit choisir les onze joueurs qui débiteront un match. Il a 23 joueurs à sa disposition.

1. Sans prendre en compte le poste de chaque joueur, combien d'équipes peut-il former ?
2. Parmi les 23 joueurs, on trouve trois gardiens, huit défenseurs, cinq milieux de terrain et sept attaquants. Sachant que l'équipe sera composée d'un gardien, de quatre défenseurs, de trois milieux de terrain et de trois attaquants, combien d'équipe le sélectionneur peut-il former avec ces nouvelles contraintes

18

On possède un dé à six faces numérotées de 1 à 6.

1. On lance ce dé et on regarde le nombre du dessus.
 - (a) Combien cette expérience aléatoire compte-t-elle d'issues ?
 - (b) Combien y a-t-il d'événements ?
2. On lance le dé six fois et on note à chaque lancer 1 si on obtient la face numérotée 1 et 0 dans les autres cas. On construit ainsi un 6-uplet de $\{0; 1\}$.
 - (a) Combien y a-t-il d'issues possibles à cette expérience ?
 - (b) On considère l'événement E : « On a obtenu un nombre pair de fois le nombre 1 ». Combien d'issues réalisent l'événement E ?

19

Dans une entreprise espagnole, on parle comme langue le castillan. Le siège social, à Madrid, emploie p catalans et q basques. Chaque matin, les employés se saluent deux par deux :

- en catalan si les deux employés sont catalans ;
- en basque si les deux employés sont basques ;
- en castillan lorsqu'un employé est catalan et l'autre basque.

1. Combien de saluts en catalan y a-t-il ?
2. Combien de saluts en basques y a-t-il ?
3. Combien de saluts en castillan y a-t-il ?
4. En déduire la relation $\binom{p+q}{2} = \binom{p}{2} + pq + \binom{q}{2}$.
5. Démontrer cette relation par le calcul.

20

Un postier doit affranchir une lettre à 2,40€. Pour cela il a à sa disposition une pochette avec : un timbre à 2€, deux timbres à 1€, cinq timbres à 0,20€ et quatre timbres à 0,10€. Calculer le nombre de combinaisons différentes possibles lui permettant d'affranchir sa lettre.

21

On considère trois ensembles A , B et C . Pour les questions suivantes, on pourra s'aider d'un diagramme de Venn.

1. Enlever la parenthèse dans $A \cap (B \cup C)$
2. De même dans $A \cup (B \cap C)$.
3. Comment énonce-t-on ces propriétés ?

22

23 personnes attendent un TGV. In train arrive avec cinq voitures vides dont une réservée aux voyageurs de première classe.

1. Sans faire de distinction entre la première et la deuxième classe, calculer le nombre de manières possibles de répartir les personnes dans ce train.
2. Un peu plus tard dans la journée, seules sept personnes parmi 35 voyageurs possèdent un ticket première classe. Calculer alors le nombre de manières de répartir les personnes dans les cinq voitures en tenant compte de la distinction entre les deux classes.