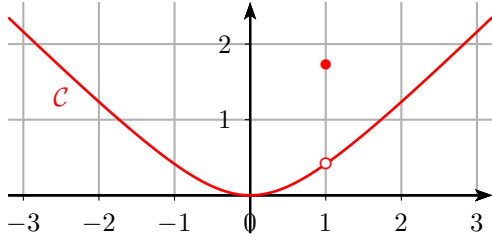


1

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 1} - 1 & \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \\ \alpha & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

de graphe \mathcal{C} dans le repère ci-dessous où \bullet indique un point qui est sur \mathcal{C} et \circ un point qui n'est pas sur \mathcal{C} .



- Justifier que f n'est pas continue sur \mathbb{R} .
- Donner les valeurs de $f(1)$ et des limites de f en 1 à gauche et à droite.
- Que doit valoir α pour que f soit continue?

2

Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par :

$$h(x) = \frac{2x^3 + x - 1}{x^3 - 1}$$

et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère.

- Donner les limites de h en $+\infty$ et en $-\infty$ puis en 1.
- En déduire les équations des asymptotes à \mathcal{C} .

3

Soit la fonction $x \mapsto \sqrt{\frac{5x}{3x-5}}$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère.

- Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D} de f .
- Écrire f comme composée de deux fonctions.
- Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition et en déduire les équations des asymptotes à \mathcal{C} .

4

Soit k un entier et f une fonction définie sur \mathbb{R} . Déterminer k pour que f soit continue sur \mathbb{R} .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5 & \text{si } x < 1 \\ k & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

5

La fonction f définie sur $[-1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{\sqrt{x+1}} & \text{si } x > -1 \\ 1 & \text{si } x = -1 \end{cases}$$

est-elle continue en -1 ?

6

Une fonction h a pour tableau de variation :

x	-3	-1	2	5	9
h	4	-5	7	1	3

- Justifiez que $h(x) = 0$ possède une unique solution sur l'intervalle :
 - $[-3 ; -1]$;
 - $[-1 ; 2]$.
- Justifiez que $h(x) = 0$ ne possède pas de solutions sur l'intervalle $[2 ; 9]$.
- Donner le signe de la fonction h sur $[-3 ; 9]$.

7

Une fonction g a pour tableau de variation :

x	-∞	-4	0	3	+∞
g	3	-1	2	1	7

- Quel est l'ensemble de définition de cette fonction?
- Déterminer le nombre de solutions de $g(x) = 0$. (en le justifiant)
- Discuter en fonction de k le nombre de solutions de l'équation $g(x) = k$.

8

Soit la fonction f définie sur $I = [-4 ; 1]$ par :

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$$

dont les variations sont données par le tableau suivant :

x	-4	-3	-1	1
f	-1	3	-1	19

- Justifier que f est continue sur I .
- Dénombrer les solutions de l'équation $f(x) = 2$.
- Justifier que l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution α .
 - Déterminer un encadrement de α à l'unité près.

9

Une fonction g a pour tableau de variation :

x	-10	-4	0	3	10
g	$\sqrt{2}$	$-\pi$	2	-4	$+\infty$

Discuter, suivant la valeur de k , le nombre de solutions de l'équation $g(x) = k$.