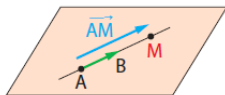


Représentation paramétrique d'une droite

I Caractérisation vectorielle des droites et plans de l'espace

Propriété : Caractérisation vectorielle d'une droite

Un point M appartient à la droite (AB) si et seulement si il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$.



REMARQUE

Un point A et un vecteur \vec{u} suffisent à déterminer une droite : c'est la droite passant par le point A et de **vecteur directeur** \vec{u} .

Propriété : Droites parallèles

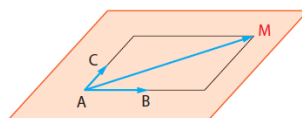
Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont des vecteurs directeurs colinéaires.

Propriété : Caractérisation vectorielle d'un plan

Soient A, B et C trois points de l'espace.

Un point M appartient au plan (ABC) si et seulement si il existe deux réels x et y tels que

$$\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$$



On dit que \overrightarrow{AM} est une **combinaison linéaire** des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .

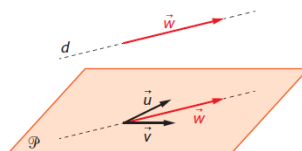
REMARQUE

- Les points A, B et C ne sont pas alignés si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires.
- Un plan peut donc être défini par un point et deux vecteurs non colinéaires appelés **vecteurs directeurs** du plan.
- Deux plans dirigés par un même couple de vecteurs non colinéaires sont parallèles.

Propriété : Vecteurs coplanaires

Soient \vec{u}, \vec{v} et \vec{w} trois vecteurs de l'espace, \vec{u} et \vec{v} non colinéaires.

\vec{u}, \vec{v} et \vec{w} sont coplanaires si et seulement si il existe deux réels x et y tels que $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$.

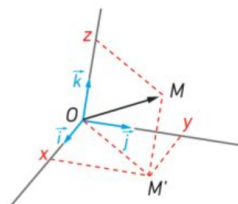


II Repère et base de l'espace



Définition : Repère de l'espace

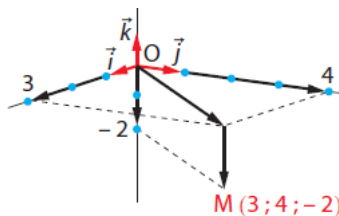
Un repère de l'espace est formé d'un point O , l'origine, et d'un triplet de vecteurs $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ non coplanaires.



Propriété : Décomposition d'un vecteur dans une base

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ un repère de l'espace.

- Pour tout vecteur \vec{u} de l'espace il existe un unique triplet $(x; y; z)$ tel que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
- $(x; y; z)$ sont les **coordonnées** de \vec{u} . On note comme d'habitude $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.



Propriété : Coordonnées d'un vecteur et milieu d'un segment

Soient $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$ deux points de l'espace. Alors :

- Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} sont $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$.
- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \quad y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \quad z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$$

III Représentation paramétrique d'une droite



Propriété : Représentation paramétrique d'une droite

Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ de l'espace, on considère un point $A(x_A; y_A; z_A)$, un vecteur non nul $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et la droite d passant par A et de vecteur directeur \vec{u} . Pour tout point $M(x; y; z)$ de l'espace :

$$M \in d \iff \text{il existe un réel } t \text{ tel que } \begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases}$$

Ce système, quelque soit $t \in \mathbb{R}$ s'appelle une **représentation paramétrique** de d .

REMARQUE

Une droite admet une infinité de représentations paramétriques.