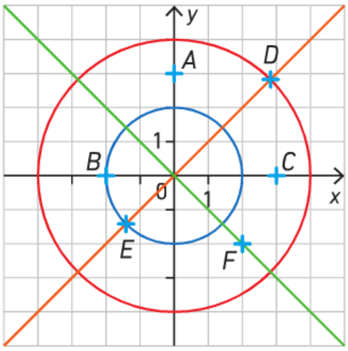
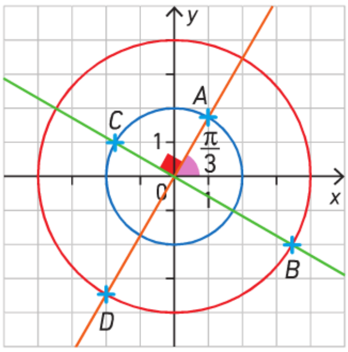
Ex. 1 — Déterminer graphiquement le module et un argument des affixes des points représentés ci-dessous.



Ex. 2 — Déterminer l'affixe sous forme algébrique de chacun des points représentés ci-dessous.



Ex. 3 — Dans chacun des cas suivants, placer le point M d'affixe z dans le plan complexe puis donner la forme algébrique de z.

1. $|z| = 2$ et $\arg(z) = -\dfrac{\pi}{2}\,(2\pi)$.
2. $|z| = 5$ et $\arg(z) = -\dfrac{\pi}{3}\,(2\pi)$.
3. $|z| = 1$ et $\arg(z) = -\pi\,(2\pi)$.
4. $|z| = 4$ et $\arg(z) = -\dfrac{5\pi}{6}\,(2\pi)$.

Ex. 4 — On considère les points A, B, C, D, E et F d'affixes respectives $a = 2i$, $b = -3$, $c = -2 + 2i$, $d = -4i$, $e = 1 + i\sqrt{3}$ et $f = 2\sqrt{3} - 2i$.

1. Représenter ces points dans le plan complexe.
2. Déterminer le module et un argument de chacun de ces nombres.

Ex. 5 — Déterminer le module des nombres complexes suivants :

1. $a = (5 + 2i) - 4(2 + 3i)$.
2. $b = (5 + 2i) \times 4(2 + 3i)$.
3. $c = \dfrac{2}{3 - i}$.
4. $d = \dfrac{\sqrt{2} + i\sqrt{3}}{2 - 3i}$.

Ex. 6 — On donne les nombres complexes $z_1 = 5i$, $z_2 = -70$, $z_3 = 4 - 4i$ et $z_4 = \sqrt{3} + i$.
Donner le module et l'argument des nombres complexes suivants.

$a = z_1 z_2$ $\qquad b = \dfrac{z_4}{z_1}$ $\qquad c = \dfrac{z_2}{z_3}$ $\qquad d = z_3^2 \times z_2$

Ex. 7 —
1. Calculer le module et un argument de i, $1 + i$ et $\sqrt{3} + i$.
2. En déduire le module et un argument de chacun des nombres suivants :
   a. $i(i + 1)$ b. $(1 + i)^6$ c. $\dfrac{1}{\sqrt{3} + i}$ d. $\dfrac{-3}{1 + i}$
   e. $\dfrac{(1 + i)^2}{(\sqrt{3} + i)^3}$

Ex. 8 — Soient les points A, B et C d'affixes respectives $1 + 2i$, 2 et $-1 + i$.
Que peut-on conjecturer sur la nature du triangle ABC ? Démontrer cette conjecture.

Ex. 9 — Vrai ou faux ? Justifier.

1. Un argument du nombre complexe $\dfrac{(1 + i\sqrt{3})^5}{i}$ est $-\dfrac{5\pi}{6}$.
2. Pour tout nombre complexe z, $|z + 2i| = |z| + 2$.
3. Pour tout nombre complexe z, $\arg(z\overline{z}) = 0\,(2\pi)$.
4. On considère les points $A(-1 - i)$, $B(2 - 2i)$ et $C(1 + 5i)$. Le triangle ABC est rectangle en A.

Ex. 10 — Dans le plan complexe, on donne les points $A(1 + 3i)$, $B(6 + 6i)$, $C(4,5 + 5i)$ et $D(10,5 - 5i)$.

1. Calculer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
2. Calculer un argument du nombre complexe $\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A}$. Que peut-on en déduire ?
3. Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Ex. 11 — Pour tout nombre complexe $z \neq 2 - i$, on considère $z' = \dfrac{z - i}{z - 2 + i}$. On appelle E l'ensemble des points M d'affixe z tel que z' soit un réel.

1. Déterminer l'ensemble E en utilisant la forme algébrique de z'.
2. Déterminer l'ensemble E en utilisant un argument de z'.

Ex. 12 — Pour tout nombre complexe $z \neq -1$, on considère $z' = \dfrac{z - 1 - 2i}{z + 1}$. On appelle E l'ensemble des points M d'affixe z tel que z' soit un réel et G l'ensemble des points M d'affixe z tel que z' soit un imaginaire pur.

1. Déterminer les ensembles E et G en utilisant la forme algébrique de z'.
2. Déterminer l'ensemble E et G en utilisant un argument de z'