Type bac

Fonctions primitives

1 La fonction $x \longmapsto \ln(x)$ admet pour primitive sur $]0\ ;\ +\infty[$ la fonction :

a. $x \longmapsto \ln(x)$ **b.** $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ **c.** $x \longmapsto x\ln(x) - x$ **d.** $x \longmapsto \dfrac{\ln(x)}{x}$

2 Si H est une primitive d'une fonction h définie et continue sur $\mathbb{R}$, et si k est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = h(2x)$, alors, une primitive K de k est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a. $K(x) = H(2x)$ **b.** $K(x) = 2H(2x)$ **c.** $K(x) = \dfrac{1}{2}H(2x)$ **d.** $K(x) = 2H(x)$

3 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^{x^2}$. La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $F(0) = 1$ est définie par :

a. $F(x) = \dfrac{x^2}{2}\mathrm{e}^{x^2}$;

b. $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$

c. $F(x) = \left(1 + 2x^2\right)\mathrm{e}^{x^2}$;

d. $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2} + \dfrac{1}{2}$

4 Parmi les primitives de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\mathrm{e}^{-x^2} + 2$:

a. toutes sont croissantes sur $\mathbb{R}$;

b. toutes sont décroissantes sur $\mathbb{R}$;

c. certaines sont croissantes sur $\mathbb{R}$ et d'autres décroissantes sur $\mathbb{R}$;

d. toutes sont croissantes sur $]-\infty\ ;\ 0]$ et décroissantes sur $[0\ ;\ +\infty[$.

5 On considère la fonction f définie sur $]-1\ ;\ 1[$ par $f(x) = \dfrac{x}{1 - x^2}$.
Une primitive de la fonction f est la fonction g définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ 1[$ par :

a. $g(x) = -\dfrac{1}{2}\ln\left(1 - x^2\right)$

b. $g(x) = \dfrac{1 + x^2}{\left(1 - x^2\right)^2}$

c. $g(x) = \dfrac{x^2}{2\left(x - \dfrac{x^3}{3}\right)}$

d. $g(x) = \dfrac{x^2}{2}\ln\left(1 - x^2\right)$

6 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3\mathrm{e}^{-x^2}$. Si F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$,

a. $F(x) = -\dfrac{1}{6}\left(x^3 + 1\right)\mathrm{e}^{-x^2}$

b. $F(x) = -\dfrac{1}{4}x^4\mathrm{e}^{-x^2}$

c. $F(x) = -\dfrac{1}{2}\left(x^2 + 1\right)\mathrm{e}^{-x^2}$

d. $F(x) = x^2\left(3 - 2x^2\right)\mathrm{e}^{-x^2}$

7 Soit g la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{2\ln x}{x}$.
Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = [\ln(x)]^2$.
Démontrer que sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$, la fonction f est une primitive de la fonction g.

8 Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = x^2\ln x$.
Une primitive F de f sur $]0\ ;\ +\infty[$ est définie par :

a. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^3\left(\ln x - \dfrac{1}{3}\right)$;

b. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^3(\ln x - 1)$;

c. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^2$;

d. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^2(\ln x - 1)$.

9 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(x^2 + 1\right)\mathrm{e}^x$.
La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 1$ est définie par :

a. $F(x) = \left(x^2 - 2x + 3\right)\mathrm{e}^x$;

b. $F(x) = \left(x^2 - 2x + 3\right)\mathrm{e}^x - 2$;

c. $F(x) = \left(\dfrac{1}{3}x^3 + x\right)\mathrm{e}^x + 1$;

d. $F(x) = \left(\dfrac{1}{3}x^3 + x\right)\mathrm{e}^x$.

10 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\,\mathrm{e}^{x^2+1}$.
Soit F une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f. Pour tout réel x, on a :

a. $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2\,\mathrm{e}^{x^2+1}$

b. $F(x) = \left(1 + 2x^2\right)\mathrm{e}^{x^2+1}$

c. $F(x) = \mathrm{e}^{x^2+1}$

d. $F(x) = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{e}^{x^2+1}$