Èchauffement

Chapitre IX Primitives

1

Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive de f sur l'intervalle donné.

1. $f : x \mapsto 2x(x^2+1)^2$ sur $\mathbb{R}$
2. $f : x \mapsto \dfrac{2x}{(x^2+1)^2}$ sur $\mathbb{R}$
3. $f : x \mapsto \dfrac{x}{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$
4. $f : x \mapsto \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ sur $]-1\,;1[$
5. $f : x \mapsto \mathrm{e}^{1-2x}$ sur $\mathbb{R}$
6. $f : x \mapsto \dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x-1}$ sur $]0\,;+\infty[$

2

Soient $F : x \mapsto \dfrac{x^2-x+1}{x+1}$ et $G : x \mapsto \dfrac{x^2-3x-1}{x+1}$ définies sur $I =]-\infty\,;-1[$.

1. Les fonctions F et G sont-elles des primitives d'une même fonction sur I ?
2. Si oui, laquelle ?

Méthode

1. Commencer par identifier le type de la fonction f ainsi que le type de primitive.
2. Dériver ce type de primitive.
3. Ajuster les coefficients, en fonction du résultat précédent puis écrire les primitives.

3

Déterminer les primitives de chacune des fonctions suivantes sur l'intervalle donné.

1. $f(x) = x^2$ sur $\mathbb{R}$
2. $g(x) = \dfrac{6}{x^3}$ sur $]-\infty\,;0[$
3. $h(x) = \dfrac{1}{2x}$ sur $]0\,;+\infty[$

4

Déterminer les primitives de chacune des fonctions suivantes sur l'intervalle donné.

1. $f : x \mapsto x^2+x^3$ sur $\mathbb{R}$
2. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}+1$ sur $]0\,;+\infty[$
3. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ sur $]0\,;+\infty[$
4. $f : x \mapsto \sin(x)-\cos(x)$ sur $\mathbb{R}$
5. $f : x \mapsto \dfrac{x^3}{3}-2x^2+7$ sur $\mathbb{R}$
6. $f : x \mapsto \dfrac{3}{x^3}-\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{1}{7}$ sur $]0\,;+\infty[$
7. $f : x \mapsto x^{-4}+8x^4$ sur $]0\,;+\infty[$
8. $f : x \mapsto \mathrm{e}^x-\sin(x)$ sur $\mathbb{R}$

Méthode

1. Commencer par identifier le type de f (opération), la fonction u, ainsi que le type de primitive.
2. Dériver ce type de primitive.
3. Ajuster les coefficients, en fonction du résultat précédent puis écrire les primitives.

5

Déterminer les primitives de chacune des fonctions suivantes sur l'intervalle donné.

1. $f(x) = (2x-1)^3$ sur $\mathbb{R}$
2. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$ sur $]1\,;+\infty[$
3. $h(x) = \dfrac{1}{(2x-1)^2}$ sur $I = \left]\dfrac{1}{2}\,;+\infty\right[$
4. $i(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}+x\mathrm{e}^{x^2}$ sur $]-1;+\infty[$
5. $f : x \mapsto \dfrac{\ln(x)}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$
6. $f : x \mapsto \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$ sur $\left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$
7. $f : x \mapsto \dfrac{\mathrm{e}^x}{(1-\mathrm{e}^x)^2}$ sur $]0\,;+\infty[$
8. $f : x \mapsto \dfrac{8x}{\sqrt{x^2+1}}$ sur $\mathbb{R}$

6 Dans chacun des cas suivant déterminer la solution F de l'équation différentielle dont on connait une condition initiale.

1. $y' = x-1$ et $F(1) = -1$.
2. $y' = x^2-x+1$ et $F(0) = 0$.
3. $y' = x^3+x+\dfrac{1}{x^2}$ définie sur $]0;+\infty[$ et $F(1) = \frac{3}{4}$.
4. $y' = \dfrac{2x^3-3x^2+2}{x^5}$ définie sur $]-\infty;0[$ et $F(-1) = 1$.