I - Expérience aléatoire et loi de probabilité

Définition 1 : Expérience aléatoire

Une expérience est **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs **issues** possibles et que l'on ne peut pas prévoir laquelle sera réalisée.

L'ensemble des issues s'appelle l'**univers** de l'expérience et est noté Ω.

Exemple : Une urne contient 7 jetons parmi lesquels 4 sont bleus numérotés de 1 à 4 et 3 sont rouges numérotés de 1 à 3. L'expérience aléatoire consiste à tirer un jeton au hasard de la boite.

Faire une liste des issues de l'univers.

Définition 2 : Loi de probabilité

Définir une **loi de probabilité** sur un univers Ω, c'est associer à chaque issue un nombre compris entre 0 et 1 tel que la somme de ces nombre soit égale à 1.

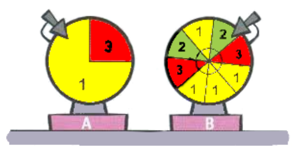
Exemple : Un jeu consiste à tourner une roue et regarder le numéro inscrit sur le secteur sur lequel la roue s'arrête.

Secteur	1	2
probabilité	$3/4$	$1/4$

Roue A

Secteur	1	2	3
probabilité	$1/2$	$1/4$	$1/4$

Roue B



Remarque

On vérifie que la somme des nombres de la deuxième ligne est bien égal à 1 !

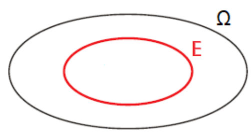
Propriété 1 : Loi des grands nombres

En répétant **un grand nombre** de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'une issue se rapproche d'une certaine valeur. Il est raisonnable de considérer cette valeur comme la probabilité de cette issue.

II - Probabilité d'un évènement

Définition 3 : Évènement

Un **évènement** est une partie de l'univers, autrement dit un ensemble contenant une ou plusieurs issues.



Remarque

- L'univers Ω est un évènement, il est dit **certain**.
- L'évènement qui ne contient aucune issue est noté $\emptyset$, il est dit **impossible**.

Exemple : Dans l'expérience de la première partie,

1. Donner les issues qui constituent l'évènement A :"obtenir un nombre pair".
2. Décrire par une phrase en français l'évènement $B = \{R1; R2; R3\}$.
3. Donner un évènement impossible.

Définition 4 : Probabilité d'un évènement

La probabilité d'un évènement E est la **somme des probabilités des issues** qui le composent. On note ce nombre $P(E)$.

Exemple : On donne la loi de probabilité d'une expérience aléatoire par le tableau ci dessous :

issue	1	2	3	4	5
probabilité	$0,12$	$0,23$	$0,27$	$0,17$	$0,21$

Calculer la probabilité de l'évènement E : "Le résultat est impair".

Propriété 2 : Situation d'équiprobabilité

On est en situation d'**équiprobabilité** si toutes les issues ont la même probabilité de se réaliser.

Dans cette situation la probabilité d'un évènement E est donnée par :

$$P(E) = \frac{\text{nombre d'issues de } E}{\text{nombre d'issues de } \Omega}$$

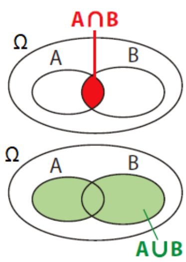
Exemple : Dans une urne opaque on place des jetons numérotés de 0 à 100. On en tire un au hasard et on regarde le numéro sur le jeton. Quelle est la probabilité de l'événement A : "Obtenir un multiple de 25" ?

III - Opérations sur les évènements

Définition 5 : Intersection et réunion d'évènements

— L'évènement formé des issues qui composent A **ET** B est appelé **intersection** de A et B. Il est noté $A \cap B$.

— L'évènement formé des issues qui composent A **OU** B est appelé **réunion** de A et B. Il est noté $A \cup B$.



Remarque

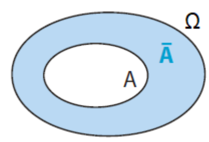
La réunion $A \cup B$ contient aussi les issues appartenant à la fois à A et B, ce "ou" n'est **pas exclusif**.

Exemple : On lance un dé cubique et on considère les évènements A et B suivants. Déterminer $A \cup B$ et $A \cap B$.

— A : "obtenir un résultat supérieur à 4" ;
— B : "obtenir un résultat pair".

Définition 6 : Évènement contraire

L'**évènement contraire** d'un évènement A est formé des issues qui ne composent pas A. On le note $\overline{A}$.



Exemple : Donner les évènements contraires de A et B.

Propriété 3 : Probabilité d'une réunion

Si A et B sont deux évènements, alors la probabilité de l'évènement $A \cup B$ est donnée par

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Exemple : Calculer la probabilité de l'évènement $A \cup B$.

Remarque

De cette égalité, on déduit aussi que $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$.

Propriété 4 : Probabilité d'un évènement contraire

Si A est un évènement, alors la probabilité de l'évènement $\overline{A}$ est donnée par

$$P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$$