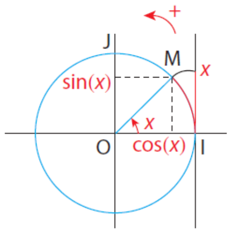
Définition : Fonctions sinus et cosinus

1. La fonction **cosinus**, notée cos, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\cos : x \mapsto \cos(x)$.
2. La fonction **sinus**, notée sin, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\sin : x \mapsto \sin(x)$.

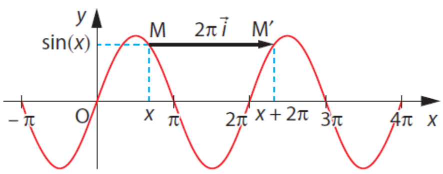


Propriété 1 : Périodicité

Pour tout réel x, on a $\sin(x+2\pi) = \sin(x)$ et $\cos(x+2\pi) = \cos(x)$. On dit que les fonctions sinus et cosinus sont 2π-**périodiques**.

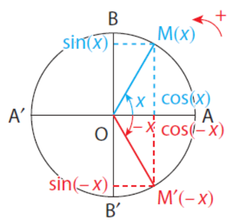
Remarque

Les courbes des fonctions sinus et cosinus sont invariantes par translation de vecteur $2\pi\vec{i}$ ou $-2\pi\vec{i}$.

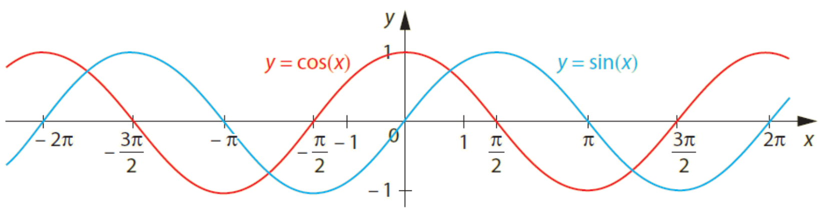


Propriété 2 : Parité

1. Pour tout réel x, $\sin(-x) = -\sin(x)$. On dit que la fonction sinus est **impaire**.
2. Pour tout réel x, $\cos(-x) = \cos(x)$. On dit que la fonction cosinus est **paire**.



Propriété 3 : Courbes représentatives des fonction $\cos$ et $\sin$



Propriété 4 : Dérivées des fonction trigonométriques

Les fonction sinus et cosinus sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x, on a

$$\sin'(x) = \cos(x) \quad \text{et} \quad \cos'(x) = -\sin(x)$$

De plus, si u est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ alors pour tout réel x,

$$\sin'(u(x)) = u'(x) \times \cos(u(x)) \quad \text{et} \quad \cos'(u(x)) = -u'(x) \times \sin(u(x))$$