Je dois être capable de :

- ☐ Résoudre une équation de la forme $ax+b=0$.
- ☐ Résoudre une inéquation de la forme $ax+b\geq 0$.

"Diviser, c'est multiplier par l'inverse"

Si a est un nombre réel et b un nombre réel non nul,

$$\boxed{\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}}$$

Calculer $3\times\dfrac{1}{3}$ puis $\dfrac{1}{-5}\times(-5)$.

Corrigé

$$3\times\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1 \quad \text{et} \quad \frac{1}{-5}\times(-5)=\frac{-5}{-5}=1.$$

Règles des égalités

1. **Ajouter** ou **soustraire** de chaque côté de l'égalité
   Soient a, b et c trois nombres réels.
   $$\boxed{a=b \text{ équivaut à } a+c=b+c} \text{ et } \boxed{a=b \text{ équivaut à } a-c=b-c}$$
2. **Multiplier** de chaque côté de l'égalité
   Soient a, b et c trois nombres réels.
   $$\boxed{a=b \text{ équivaut à } a\times c=b\times c}$$
3. **Diviser** de chaque côté de l'égalité
   Soient a, b deux nombres réels et c un nombre réel non nul.
   $$\boxed{a=b \text{ équivaut à } \frac{a}{c}=\frac{b}{c}}$$

Exercice : Résoudre les équations suivantes.

1. $x-2=10$
2. $x+5=-2$
3. $3x=18$
4. $5x+2=22$

Corrigé

1. $x-2+2=10+2$
   $x=12$
2. $x+5-5=-2-5$
   $x=3$
3. $\dfrac{3x}{3}=\dfrac{18}{3}$
   $x=6$
4. $5x+2-2=22-2$
   $\dfrac{5x}{5}=\dfrac{20}{2}$
   $x=4$

Règle du produit nul

Un produit de deux nombre réels est nul si et seulement si au moins l'un de ces deux nombres est nul.

$$\boxed{A \times B = 0 \text{ équivaut à } A = 0 \text{ ou } B = 0}$$

Exercice : Résoudre l'équation $(x+3)(2x-4) = 0$.

Corrigé

D'après la règle du produit nul, $(x+3)(2x-4) = 0$ si et seulement si $x+3 = 0$ ou $2x-4 = 0$. On résout chacune de ces équations :

$$x + 3 - 3 = 0 - 3$$
$$x = -3$$

$$2x - 4 + 4 = 0 + 4$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{-3}{2}$$
$$x = -\frac{3}{2}$$

Les deux solutions sont donc $\boxed{x = -3 \text{ et } x = -\frac{3}{2}}$.

Les identités remarquables

Pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2} \qquad \boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

Exercice :

1. Développer l'expression $(4y-3)^2$.
2. Résoudre l'équation $4x^2 - 25 = 0$.

Corrigé

1. $(4y-3)^2 = (4y)^2 - 2 \times 4y \times 3 + 3^2 = 16y^2 - 24y + 9$.

2. On reconnaît la troisième identité remarquable : $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x+5)(2x-5)$. Ainsi d'après a règle du produit nul, $2x+5 = 0$ ou $2x - 5 = 0$.
En résolvant ces deux équations on trouve $x = -\frac{5}{2}$ et $x = \frac{5}{2}$.

Règles des inégalités

1. On peut **ajouter** ou **soustraire** par un même nombre réel de chaque côté d'une inégalité.
2. On peut **multiplier** ou **diviser** par un même nombre réel strictement positif de chaque côté d'une inégalité.
3. Si on **multiplie** ou **divise** de chaque côté d'une inégalité par un nombre réel strictement négatif, l'inégalité **change de sens**.

$$\boxed{a < b \text{ équivaut à } a \times c > b \times c} \text{ et } \boxed{a < b \text{ équivaut à } \frac{a}{c} > \frac{b}{c}}$$

Exercice : Résoudre les inéquations suivantes

1. $3x + 2 > 7$.
2. $-x + 9 \leq -2$.

Corrigé

1. $3x + 2 - 2 > 7 - 2$

$$\frac{3x}{3} > \frac{5}{3}$$

$$x > \frac{5}{3}$$

Les solutions sont donc les nombre réels appartenant à l'intervalle $]\frac{5}{3}; +\infty[$.

2. $-x + 9 - 9 \leq -2 - 9$

$$\frac{-x}{-1} \geq \frac{-11}{-1}$$

$$x \geq 11$$

Les solutions sont donc les nombres réels appartenant à l'intervalle $[11; +\infty[$.