Échauffement

Compléments sur la dérivation

1 Dériver les fonctions suivantes

1. $f(x) = 100 - 1,2x$
2. $f(x) = \dfrac{x^2+6x}{3}$
3. $f(x) = \sqrt{x}(-x^2+x)$
4. $f(x) = (\dfrac{2}{x} - 1)(x+2)$
5. $f(x) = \dfrac{x^2+3x-7}{x+5}$
6. $f(x) = \dfrac{3x-5}{x-2} + 7\sqrt{x}$

2 Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de la fonction g au point d'abscisse -3 définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{3}{x^2+1}$.

3 Dans chacun des cas suivants, déterminer $u \circ v$ puis $v \circ u$ en précisant à chaque fois l'ensemble de définition.

1. $u : x \mapsto 5x+3$
   $v : x \mapsto \sqrt{x}$.
2. $u : x \mapsto x^2+x+1$
   $v : x \mapsto \mathrm{e}^x$.
3. $u : x \mapsto x^3 - 1$
   $v : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.
4. $u : x \mapsto \sqrt{x}$
   $v : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

4 Exercice inverse du précédent, décomposer chaque fonction sous la forme $u \circ v$.

1. $f : x \mapsto \sqrt{2x-6}$ définie sur $[3; +\infty[$.
2. $g : x \mapsto \dfrac{1}{x-7}$ définie sur $]-\infty; 7[\cup]7; +\infty[$.
3. $h : x \mapsto \mathrm{e}^{3x-5}$ définie sur $\mathbb{R}$.
4. $k : x \mapsto 3\,\mathrm{e}^x - 5$ définie sur $\mathbb{R}$.
5. $m : x \mapsto \mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$ définie sur $\mathbb{R}$.
6. $p : x \mapsto |x^2-1|$ définie sur $\mathbb{R}$.

5 Calculer les fonctions dérivées des fonctions de l'exercice précédent.

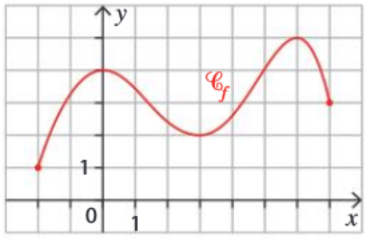
6 Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes

1. $f(x) = \left(\dfrac{x-1}{5}\right)^3$
2. $f(x) = \left(\dfrac{3-x}{3+x^2}\right)^2$
3. $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{x}}$
4. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$
5. $f(x) = \mathrm{e}^{3x}$
6. $f(x) = \mathrm{e}^{x-4}$
7. $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$
8. $f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{x}}$
9. $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-2}{x+2}}$
10. $f(x) = (x+3)\sqrt{x+3}$
11. $f(x) = 3\,\mathrm{e}^{x^2-1}$
12. $f(x) = \sqrt{(1+3x)^3}$

7 Dresser le tableau de variations des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

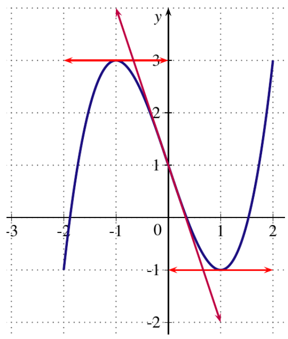
1. $g(x) = \dfrac{x^2+1}{x+1}$
2. $k(x) = \mathrm{e}^{x^2-x}$

8 Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-2; 7]$ dont la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthonormé est donnée ci-dessous.



Déterminer graphiquement la convexité de f et préciser les points d'inflexion de $\mathcal{C}_f$.

9 On considère une fonction f définie sur $[-2; 2]$ et deux fois dérivable. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé. On note f' sa dérivée et f'' sa dérivée seconde.



1. Donner les valeurs de : $f'(-1)$, $f'(0)$ et $f'(1)$.
2. Que se passe-t-il au point d'abscisse $x = 0$? Justifier.

10 Dans chacun des cas, f est deux fois dérivables sur son ensemble de définition. Calculer f''.

1. $f(x) = \mathrm{e}^x$
2. $f(x) = 3x^2 - 7x$
3. $f(x) = \dfrac{1}{x}$
4. $f(x) = \mathrm{e}^{3x^2+2}$
5. $f(x) = x^3 + \mathrm{e}^x$
6. $f(x) = x\,\mathrm{e}^x$
7. $f(x) = \mathrm{e}^{x^3-5}$
8. $f(x) = e^{2x+1}$
9. $f(x) = e^{-x^2}$
10. $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$

11 Étudier la convexité des fonctions des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition, et préciser les points d'inflexion éventuels.

1. $f(x) = x^{10}$
2. $g(x) = x^3 - x^2 + x + 1$
3. $h(x) = \dfrac{1}{5}(\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x})$
4. $k(x) = \dfrac{2}{x^2+2}$
5. $p(x) = -(x+1)^2\,\mathrm{e}^x$
6. $q(x) = 3x^2 - \dfrac{1}{2}x^2 + 3$