Correction Interrogation de calcul N° 3a

Exercice 1

Factoriser l'expression $(5x-6)^2-25$.

Factoriser une expression c'est transformer une somme ou une différence en un produit, en utilisant une identité remarquable dans cet exemple, on obtient :.

$(5x-6)^2-25$

$=(5x-6)^2-(5)^2$

$=(5x-6+5)(5x-6-5)$

$=(5x-1)(5x-11)$

Exercice 2

Simplifier l'expression $\dfrac{(x-5)(x+1)}{x^2+2x+1}$.

$=\dfrac{(x-5)(x+1)}{(x+1)^2}$

$=\dfrac{(x-5)}{x+1}$

Exercice 3

Soit n un entier naturel. Simplifier l'expression $\dfrac{1}{n!}-\dfrac{1}{(n+1)!}$.

$\dfrac{1}{n!}-\dfrac{1}{(n+1)!}$

$=\dfrac{(n+1)}{(n+1)\times n!}-\dfrac{1}{(n+1)!}$

$=\dfrac{(n+1)}{(n+1)!}-\dfrac{1}{(n+1)!}$

$=\dfrac{n+1-1}{(n+1)!}$

$=\dfrac{n}{(n+1)!}$

Exercice 4

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 3. Simplifier l'expression $\dbinom{n}{2}+\dbinom{n}{3}$.

$\dbinom{n}{2}+\dbinom{n}{3}$

$=\dfrac{n!}{(n-2)!2!}+\dfrac{n!}{(n-3)!3!}$

$=\dfrac{n\times(n-1)\times(n-2)!}{(n-2)!2!}+\dfrac{n\times(n-1)\times(n-2)\times(n-3)!}{(n-3)!3!}$

$=\dfrac{n\times(n-1)}{2}+\dfrac{n\times(n-1)\times(n-2)}{3\times 2}$

$=\dfrac{3n\times(n-1)}{6}+\dfrac{n\times(n-1)\times(n-2)}{6}$

$=\dfrac{(n-1)\times(3n+n(n-2))}{6}$

$=\dfrac{(n-1)\times(n^2+n)}{6}$

Exercice 5

On s'intéresse aux anagrammes du mot "Fiche", qu'elles aient un sens, ou non. Combien d'anagrammes peut-on former en tout ?

Le mot Fiche comporte 5 lettres, toutes distinctes. Il est donc possible de former $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ anagrammes du mot "Fiche".

Correction Interrogation de calcul N° 3b

Exercice 1

Factoriser l'expression $9-(5+2x)^2$.

Factoriser une expression c'est transformer une somme ou une différence en un produit, en utilisant une identité remarquable dans cet exemple, on obtient :.

$9-(5+2x)^2$

$=(3)^2-(5+2x)^2$

$=(3+5+2x)(3-5-2x)$

$=(8+2x)(-2-2x)$

Exercice 2

Simplifier l'expression $\dfrac{x^2-1}{(x-1)^2(x+1)}$.

$=\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2(x+1)}$

$=\dfrac{1}{x-1}$

Exercice 3

Soit n un entier naturel non nul. Simplifier l'expression $\dfrac{1}{(n+1)!}+\dfrac{1}{(n+1)(n+1)!}-\dfrac{1}{n!}$.

$=\dfrac{(n+1)}{(n+1)(n+1)!}+\dfrac{1}{(n+1)(n+1)!}-\dfrac{(n+1)\times(n+1)}{(n+1)\times(n+1)n!}$

$=\dfrac{(n+1)}{(n+1)(n+1)!}+\dfrac{1}{(n+1)(n+1)!}-\dfrac{(n+1)\times(n+1)}{(n+1)\times(n+1)!}$

$=\dfrac{n+1+1-(n+1)^2}{(n+1)(n+1)!}$

$=\dfrac{-n^2-n+1}{(n+1)(n+1)!}$

Exercice 4

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 1. Simplifier l'expression $\dbinom{n+1}{n}-\dbinom{n}{n-1}$.

$=\dfrac{(n+1)!}{(n+1-n)!n!}-\dfrac{n!}{(n-n+1)!(n-1)!}$

$=\dfrac{(n+1)!}{(1)!n!}-\dfrac{n!}{(1)!(n-1)!}$

$=\dfrac{(n+1)\times n!}{n!}-\dfrac{n\times(n-1)!}{(n-1)!}$

$=(n+1)-n=1$

Exercice 5

Un groupe de sept amis part en weekend. Déterminer le nombre de façons de choisir un responsable de la vaisselle, un responsable du rangement et un responsable du ménage si aucun membre ne peut cumuler plusieurs fonctions.

On choisit d'abord le responsable de la vaisselle parmi les 7 amis : 7 choix
Ensuite, on choisit le responsable du rangement parmi les 6 amis restants : 6 choix.
Enfin, on choisit le responsable du ménage parmi les 5 amis restants : 5 choix.
Le nombre total de façons de choisir les trois responsables est donc :

$$7\times6\times5=210$$

Il y a donc 210 façons de répartir les rôles de responsable de la vaisselle, du rangement et du ménage parmi les 7 amis.

Correction Interrogation de calcul N° 3c

Exercice 1

Factoriser l'expression $(-3x+8)^2-(5x+1)^2$.

Factoriser une expression c'est transformer une somme ou une différence en un produit, en utilisant une identité remarquable dans cet exemple, on obtient :.

$(-3x+8)^2-(5x+1)^2$

$=(-3x+8+5x+1)(-3x+8-5x-1)$

$=(2x+9)(-8x+7)$

Exercice 2

Simplifier l'expression $\dfrac{(x-2)(x-3)+(x-2)^2}{x^2-4x+4}$.

$=\dfrac{(x-2)((x-3)+(x-2))}{(x-2)^2}$

$=\dfrac{(x-2)(2x-5)}{(x-2)^2}$

$=\dfrac{(2x-5}{(x-2)}$

Exercice 3

Soit n un entier naturel non nul. Simplifier l'expression $\dfrac{(n+1)!}{2^n}-\dfrac{n!}{2^n}$.

$=\dfrac{(n+1)!-n!}{2^n}$

$=\dfrac{(n+1)\times n!-n!}{2^n}$

$=\dfrac{n!((n+1)-1)}{2^n}$

$=\dfrac{n\times n!}{2^n}$

Exercice 4

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 0. Simplifier l'expression $\dfrac{\dbinom{n+2}{n}}{\dbinom{n+1}{n}}$.

$=\dfrac{\dfrac{(n+2)!}{(n+2-n)!n!}}{\dfrac{(n+1)!}{(n+1-n)!n!}}$

$=\dfrac{\dfrac{(n+2)!}{2!n!}}{\dfrac{(n+1)!}{1!n!}}$

$=\dfrac{\dfrac{(n+2)\times(n+1)\times n!}{2\times n!}}{\dfrac{(n+1)\times n!}{n!}}$

$$= \frac{\frac{(n+2) \times (n+1)}{2}}{(n+1)}$$

$$= \frac{(n+2) \times (n+1)}{2} \times \frac{1}{n+1}$$

$$= \frac{(n+2)}{2}$$

Exercice 5

Au Scrabble, on a tiré sept lettres différentes. Un mot est une succession de lettres. On ne tiendra pas compte du sens des mots. Déterminer le nombre de mots de quatre lettres que l'on peut former.

Ici, chaque mot est une permutation de quatre lettres parmi les sept disponibles.
Le nombre d'arrangements de $k = 4$ éléments choisis parmi $n = 7$ éléments est donné par la formule :

$$\frac{7!}{7-4}! = \frac{7!}{3!} = \frac{5040}{6} = 840$$

Il est possible de former 840 mots de quatre lettres avec les sept lettres tirées.