
Devoir surveillé N° 4

Il sera tenu compte dans la correction de la copie de la rédaction mais aussi de la propreté de votre travail.

Exercice 1

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 25$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,7u_n + 15$. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n ,

$$u_n < u_{n+1} < 50$$

Que peut-on en déduire ? Justifier.

Exercice 2

Dans tout cet exercice, les probabilités seront arrondies, si nécessaire, à 10^{-3} .

D'après une étude, les utilisateurs réguliers de transports en commun représentent 17 % de la population française.

Parmi ces utilisateurs réguliers, 32 % sont des jeunes âgés de 18 à 24 ans. (Source : TNS-Sofres)

Partie A

On interroge une personne au hasard et on note :

- R l'évènement : « La personne interrogée utilise régulièrement les transports en commun ».
- J l'évènement : « La personne interrogée est âgée de 18 à 24 ans ».

1. Représentez la situation à l'aide de cet arbre pondéré en y reportant les données de l'énoncé.
2. Calculer la probabilité $P(R \cap J)$.
3. D'après cette même étude, les jeunes de 18 à 24 ans représentent 11 % de la population française. Montrer que la probabilité que la personne interrogée soit un jeune de 18 à 24 ans n'utilisant pas régulièrement les transports en commun est $0,056$ à 10^{-3} près.
4. En déduire la proportion de jeunes de 18 à 24 ans parmi les utilisateurs non réguliers des transports en commun.

Partie B

Lors d'un recensement sur la population française, un recenseur interroge au hasard 50 personnes en une journée sur leur pratique des transports en commun.

La population française est suffisamment importante pour assimiler ce recensement à un tirage avec remise.

Soit X la variable aléatoire dénombrant les personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées.

1. Déterminer, en justifiant, la loi de X et préciser ses paramètres.
2. (a) Calculer $P(X = 5)$ et interpréter le résultat.
(b) Calculer la probabilité qu'au plus 8 personnes utilisent régulièrement les transports en commun.
(c) Calculer la probabilité qu'entre 10 et 40 personnes utilisent régulièrement les transports en commun.
(d) Calculer la probabilité qu'au moins 15 personnes utilisent régulièrement les transports en commun.
3. Le recenseur indique qu'il y a plus de 95 % de chance pour que, parmi les 50 personnes interrogées, moins de 13 d'entre elles utilisent régulièrement les transports en commun. Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier votre réponse.