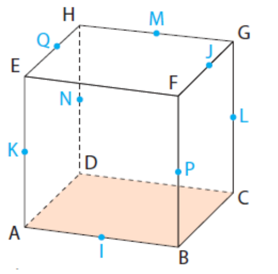
Exercices

Représentation paramétrique d'une droite

1 **Repère de l'espace.**



1. Décomposer selon les vecteurs $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DH}$ les vecteurs suivants :

   1. $\overrightarrow{AC}$ 2. $\overrightarrow{AG}$ 3. $\overrightarrow{AN}$ 4. $\overrightarrow{DQ}$ 5. $\overrightarrow{DN}$

2. Pourquoi $(D; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DH})$ est-il un repère de l'espace ?

3. Déterminer les coordonnées de Q et N dans ce repère, ainsi que celles des vecteurs $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{HB}$.

4. Dans ce repère, déterminer :
   (a) Les coordonnées du milieu I de $[AB]$;
   (b) Les coordonnées du centre Ω de la face $BCGF$;
   (c) Les coordonnées du centre O du cube.

2 L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

1. On considère les points A(1 ; 0 ; 3) et B(4 ; 1 ; 0).Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

(a) $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 3+t \\ y &=& 1 \\ z &=& -3+3t \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

(b) $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1+4t \\ y &=& t \\ z &=& 3 \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

(c) $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1+3t \\ y &=& t \\ z &=& 3-3t \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

(d) $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 4+t \\ y &=& 1 \\ z &=& 3-3t \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

On considère la droite (d) de représentation paramétrique

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 3+4t \\ y &=& 6t \\ z &=& 4-2t \end{array}\right. \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

2. Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite (d) ?
   (a) M(7 ;6 ;6) (c) P(4; 6 ; -2)
   (b) N(3 ;6 ;4) (d) R(-3; -9; 7)

3. On considère la droite (d') de représentation paramétrique

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -2+3k \\ y &=& -1-2k \\ z &=& 1+k \end{array}\right. \text{avec } k \in \mathbb{R}$$

Les droites (d) et (d') sont :
   (a) sécantes (c) parallèles
   (b) non coplanaires (d) confondues

3 L'espace est rapporté à un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On donne les points $A(8; 0; 8)$ et $B(10; 3; 10)$ ainsi que la droite $\mathcal{D}$ d'équation paramétrique $\left\{\begin{array}{l} x=-5+3s \\ y=1+2s \\ z=-2s \end{array}\right., s \in \mathbb{R}$.

1. Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).
2. Montrer que $\mathcal{D}$ et (AB) sont non coplanaires.
3. On considère le plan $\mathcal{P}$ qui contient la droite (AB) et qui est parallèle à $\mathcal{D}$. Trouver les coordonnées de trois points non alignés contenus dans le plan et en déduire une représentation paramétrique de ce plan.
4. Donner une représentation paramétrique de la droite définie par l'intersection de $\mathcal{P}$ et du plan (xOy).

4 L'espace est muni d'un repère orthonormé.
Soit $d_1$la droite passant par $A(1,2,-1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$. Soit d_2 la droite passant par $B(2,0,0)$ et $C(0,1,2)$. Soit d_3 la droite de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{l} x=-2t \\ y=1+4t \\ z=2 \end{array}\right., t \in \mathbb{R}$. Soit d_4 la droite passant par $F(3; 1; -2)$ et parallèle à d_1.

1. Déterminer une représentation paramétrique de chacune de ces droites.
2. Les droites suivantes sont-elles coplanaires : d_1 et d_2 ? d_1 et d_3 ? d_2 et d_4 ? Si oui, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

5 Dans un repère orthonormé (O, I, J, K) d'unité 1 cm, on considère les points $A(0; -1; 5)$, $B(2; -1; 5)$, $C(11; 0; 1)$, $D(11; 4; 4)$.
Un point M se déplace sur la droite (AB) dans le sens de A vers B à la vitesse de 1 cm par seconde.
Un point N se déplace sur la droite (CD) dans le sens de C vers D à la vitesse de 1 cm par seconde.
À l'instant $t=0$ le point M est en A et le point N est en C.
On note M_t et N_t les positions des points M et N au bout de t secondes, t désignant un nombre réel positif.
On admet que M_t et N_t, ont pour coordonnées : $M_t(t; -1; 5)$ et$N_t(11; 0,8t; 1+0,6t)$.

1. (a) La droite (AB) est parallèle à l'un des axes (OI), (OJ) ou (OK). Lequel ?
   (b) La droite (CD) se trouve dans un plan $\mathcal{P}$ parallèle à l'un des plans (OIJ), (OIK) ou (OJK). Lequel ?
   (c) Les droites (AB) et (CD) sont-elles sécantes ?
2. On admet que $M_tN_t^2 = 2t^2 - 25,2t + 138$. À quel instant t la longueur M_tN_t est-elle minimale ?