

## Pour s'entraîner en autonomie : fiches 11, 12 et 13 du manuel de Terminale

**1** Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive de  $f$  sur l'intervalle donné.

1.  $f : x \mapsto 2x(x^2 + 1)^2$  sur  $\mathbb{R}$

2.  $f : x \mapsto \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$  sur  $\mathbb{R}$

3.  $f : x \mapsto \frac{x}{x^2 + 1}$  sur  $\mathbb{R}$

4.  $f : x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$  sur  $] -1; 1[$

5.  $f : x \mapsto e^{1-2x}$  sur  $\mathbb{R}$

6.  $f : x \mapsto \frac{e^x}{e^x - 1}$  sur  $]0; +\infty[$

**2** Soient  $F : x \mapsto \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$  et  $G : x \mapsto \frac{x^2 - 3x - 1}{x + 1}$  définies sur  $I = ] -\infty; -1[$ .

1. Les fonctions  $F$  et  $G$  sont-elles des primitives d'une même fonction sur  $I$  ?
2. Si oui, laquelle ?

## Méthode

1. Identifier le type de la fonction  $f$  ainsi que le type de primitive.
2. Dériver ce type de primitive.
3. Ajuster les coefficients, en fonction du résultat précédent puis écrire les primitives.

**3** Déterminer les primitives de chacune des fonctions suivantes sur l'intervalle donné.

1.  $f(x) = x^2$  sur  $\mathbb{R}$

2.  $g(x) = \frac{6}{x^3}$  sur  $] -\infty; 0[$

3.  $h(x) = \frac{1}{2x}$  sur  $]0; +\infty[$

**4** Déterminer les primitives de chacune des fonctions suivantes sur l'intervalle donné.

1.  $f : x \mapsto x^2 + x^3$  sur  $\mathbb{R}$

2.  $f : x \mapsto \frac{1}{x} + 1$  sur  $]0; +\infty[$

3.  $f : x \mapsto \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}$  sur  $]0; +\infty[$

4.  $f : x \mapsto \sin(x) - \cos(x)$  sur  $\mathbb{R}$

5.  $f : x \mapsto \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 7$  sur  $\mathbb{R}$

6.  $f : x \mapsto \frac{3}{x^3} - \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{7}$  sur  $]0; +\infty[$

7.  $f : x \mapsto x^{-4} + 8x^4$  sur  $]0; +\infty[$

8.  $f : x \mapsto e^x - \sin(x)$  sur  $\mathbb{R}$

## Méthode

1. Identifier le type de  $f$  (opération), la fonction  $u$ , ainsi que le type de primitive.
2. Dériver ce type de primitive.
3. Ajuster les coefficients, en fonction du résultat précédent puis écrire les primitives.

**5** Déterminer les primitives de chacune des fonctions suivantes sur l'intervalle donné.

1.  $f(x) = (2x - 1)^3$  sur  $\mathbb{R}$

2.  $g(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$  sur  $]1; +\infty[$

3.  $h(x) = \frac{1}{(2x - 1)^2}$  sur  $I = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$

4.  $i(x) = \frac{1}{\sqrt{x + 1}} + xe^{x^2}$  sur  $] -1; +\infty[$

5.  $f : x \mapsto \frac{\ln(x)}{x}$  sur  $]0; +\infty[$

6.  $f : x \mapsto \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$  sur  $\left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$

7.  $f : x \mapsto \frac{e^x}{(1 - e^x)^2}$  sur  $]0; +\infty[$

8.  $f : x \mapsto \frac{8x}{\sqrt{x^2 + 1}}$  sur  $\mathbb{R}$

**6** Dans chacun des cas suivant déterminer la solution  $F$  de l'équation différentielle dont on connaît une condition initiale.

1.  $y' = x - 1$  et  $F(1) = -1$ .

2.  $y' = x^2 - x + 1$  et  $F(0) = 0$ .

3.  $y' = x^3 + x + \frac{1}{x^2}$  sur  $]0; +\infty[$  et  $F(1) = \frac{3}{4}$ .

4.  $y' = \frac{2x^3 - 3x^2 + 2}{x^5}$  sur  $] -\infty; 0[$  et  $F(-1) = 1$ .