

Exercice 1 - d'après Polynésie 4 mai 2022

Une action est cotée à 57 €. Sa valeur augmente de 3 % tous les mois. La fonction python `seuil()` qui renvoie le nombre de mois à attendre pour que sa valeur dépasse 200 euro est :

a.

```
def seuil():
    m = 0
    v=57
    while v < 200:
        m = m+1
        v=v*1.03
    return m
```

b.

```
def seuil():
    m = 0
    v=57
    while v > 200:
        m = m+1
        v=v*1.03
    return m
```

c.

```
def seuil():
    v=57
    for i in range(200) :
        v=v*1.03
    return v
```

d.

```
def seuil():
    m = 0
    v=57
    if v < 200:
        m = m+1
    else :
        v=v*1.03
    return m
```

Exercice 2 - D'après Asie 17 mai 2022

Après une première injection de 1 mg de médicament, le patient est placé sous perfusion. On estime que, toutes les 30 minutes, l'organisme du patient élimine 10 % de la quantité de médicament présente dans le sang et qu'il reçoit une dose supplémentaire de 0, 25 mg de la substance médicamenteuse.

On étudie l'évolution de la quantité de médicament dans le sang avec le modèle suivant : pour tout entier naturel n , on note u_n la quantité, en mg, de médicament dans le sang du patient au bout de n périodes de trente minutes. On a donc $u_0 = 1$.

On estime que le médicament est réellement efficace lorsque sa quantité dans le sang du patient est supérieure ou égale à 1, 8 mg.

- Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,9u_n + 0,25$.
- Compléter le script écrit en langage Python suivant de manière à déterminer au bout de combien de périodes de trente minutes le médicament commence à être réellement efficace.

```
def efficace():
    u=1
    n=0
    while ... :
        u = ...
        n = n+1
    return n
```

Exercice 3 - d'après Centres étrangers 18 mai 2022

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = 1 + x - e^{0,5x-2}$.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$. On admet que cette suite converge vers 4.

On considère la fonction valeur écrite ci-dessous dans le langage Python :

```
def valeur(a):
    u = 0
    n = 0
    while u <= a :
        u = 1+u-exp(0.5*u-2)
        n = n+1
    return n
```

L'instruction `valeur(3.99)` renvoie la valeur 12. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4 - d'après Centres étrangers 19 mai 2022

On définit deux suites (a_n) et (b_n) par $a_0 = \frac{1}{10}$ et $b_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = e^{-b_n}$ et $b_{n+1} = e^{-a_n}$. On considère la fonction termes écrite en langage python :

```
def termes(n):
    a = 1/10
    b = 1
    for k in range(0,n) :
        c = ...
        b = ...
        a = c
    return(a,b)
```

Compléter ce programme de telle sorte que la fonction termes calcule les termes des suites (a_n) et (b_n) .

Exercice 5 - d'après Sujet 0 session 2021

On considère un groupe de 300 personnes venant de réussir l'examen du permis de conduire, dont 50 qui l'ont réussi au bout du troisième essai.

On choisit, successivement et de façon indépendante, n personnes parmi les 300 du groupe étudié, où n est un entier naturel non nul. On assimile ce choix à un tirage avec remise de n personnes parmi les 300 personnes du groupe.

- Déterminer la probabilité de l'évènement "au moins une personne n'a pas réussi l'examen à la première ou à la deuxième tentative".
- On considère la fonction Python `seuil` ci-dessous, où p est un nombre réel appartenant à l'intervalle $]0; 1[$.

```
def seuil(p):
    n = 1
    while 1-(5/6)**n <= p:
        n = n+1
    return n
```

- Quelle est la valeur renvoyée par la commande `seuil(0,9)` ?

Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Exercice 6 - d'après Sujet 2 15 mars 2021

La suite $r_{n+1} = \frac{2+r_n}{1+r_n}$, définie pour tout entier naturel

n et de premier terme $r_0 = 1$, converge vers $\sqrt{2}$.

On considère le programme Python ci-dessous :

```
def seuil():
    n = 0
    r = 1
    while abs(r-sqrt(2)) > 10**(-4):
        r = (2+r)/(1+r)
        n = n+1
    return n
```

La valeur de n renvoyée par le programme est 5. À quoi correspond-elle ?

Exercice 7 - d'après Amérique du Nord mai 2021

Un biologiste s'intéresse à l'évolution de la population d'une espèce animale sur une île du Pacifique.

Au début de l'année 2020, cette population comptait 600 individus. On considère que l'espèce sera menacée d'extinction sur cette île si sa population devient inférieure ou égale à 20 individus.

Le biologiste modélise le nombre d'individus par la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 &= 0,6 \\ u_{n+1} &= 0,75u_n(1 - 0,15u_n) \end{cases}$$

où pour tout entier naturel n , u_n désigne le nombre d'individus, en milliers, au début de l'année 2020 + n .

Cette suite converge vers 0. Le biologiste a programmé en langage Python la fonction `menace()` ci-dessous :

```
def menace():
    u = 0.6
    n = 0
    while u > 0.02:
        u = 0.75*u*(1-0.15u)
        n = n+1
    return n
```

Donner la valeur numérique renvoyée lorsqu'on appelle la fonction `menace()`. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 8 - d'après Asie 7 juin 2021

En 2020, une influenceuse sur les réseaux sociaux compte 1000 abonnés à son profil. On modélise le nombre d'abonnés ainsi : chaque année, elle perd 10% de ses abonnés auxquels s'ajoutent 250 nouveaux abonnés.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre d'abonnés à son profil en l'année (2020 + n), suivant cette modélisation. Ainsi $u_0 = 1000$.

1. Pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,9u_n + 250$. La fonction Python nommée « suite » est définie ci-dessous. Dans le contexte de l'exercice, interpréter la valeur renvoyée par `suite(10)`.

```
def suite(n):
    u = 1000
    for i in range(n):
        u = 0,9*u + 250
    return u
```

2. (u_n) converge vers 2500. Écrire un programme qui permet de déterminer en quelle année le nombre d'abonnés dépassera 2 200. Déterminer cette année.

Exercice 9 - d'après Polynésie 5 mai 2022

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n}$.

Compléter le script python ci-dessous pour que `list(k)` prenne en paramètre un entier naturel k et revoie la liste des premières valeurs de la suite (u_n) de u_0 à u_k .

```
def liste(k):
    L = []
    u = ...
    for i in range(0,k+1):
        L.append(u)
        u = ...
    return L
```

Exercice 10 - d'après Asie 18 mai 2022

On considère la suite (p_n) définie sur \mathbb{N} par $p_0 = 0,3$ et $p_{n+1} = 0,3 + 0,7p_n^2$.

La fonction suivante, écrite en langage Python, a pour objectif de renvoyer les n premiers termes de la suite (p_n) .

```
def suite(n):
    p = ...
    s = [p]
    for i in range(...):
        p = ...
        s.append(p)
    return s
```

Exercice 11 Soit (u_n) la suite définie pour tout entier strictement positif par $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n$. On considère le programme Python suivant :

```
def suite(n):
    u = 0
    for i in range(1,n+1):
        u = u + 1/i
    return u
```

1. Donner la valeur exacte affichée par cet algorithme lorsqu'on lance la commande `suite(3)`.
2. Compléter le programme pour qu'il affiche la valeur de u_n lorsqu'on entre la commande `suite(n)`.

Exercice 12 On considère le programme :

```
from random import randint
C = 0
for i in range(9):
    A = randint(1,7)
    if A>5:
        C = C+1
print C
```

Dans l'expérience aléatoire simulée par l'algorithme précédent, on appelle X la variable aléatoire prenant la valeur C affichée. Quelle loi suit la variable X ?

Préciser ses paramètres.